

TÌM TÒI HỌC TOÁN

PHÁT TRIỂN TỪ MỘT BÀI TOÁN ĐƠN GIẢN

Lời mở đầu: Mới đây, thầy Hiếu có đăng bài toán dưới đây lên trang facebook cá nhân, bài toán đã được nhiều phụ huynh, học sinh tham gia giải. Rất thú vị là có nhiều người cho nhiều đáp số khác nhau, có phụ huynh kêu “choáng váng” khi đọc đề bài. Vậy hãy cùng tìm hiểu một số vấn đề thông qua bài toán này qua bài viết dưới đây.

Bài toán: “ Trong hộp có 20 viên bi Vàng, 18 viên bi Xanh, 26 viên bi Đỏ có kích thước giống hệt nhau. Không nhìn vào hộp, cần bốc ra ít nhất bao nhiêu viên để chắc chắn trong số các viên bi lấy ra:

- a) có đủ 3 màu
- b) có ít nhất 8 viên màu Xanh
- c) có ít nhất 9 viên Đỏ và 10 viên Vàng
- d) có ít nhất 13 viên Vàng, 10 viên Xanh và 9 viên Đỏ”

Trước hết ta xét ý a: “*Trong hộp có 20 viên bi Vàng, 18 viên bi Xanh, 26 viên bi Đỏ có kích thước giống hệt nhau. Không nhìn vào hộp, cần bốc ra ít nhất bao nhiêu viên để chắc chắn trong số các viên bi lấy ra có đủ 3 màu*”

Ngược lại với việc chắc chắn có đủ 3 màu là chúng ta bốc mãi...bốc mãi...và rất xui là bốc chỉ được bi của 2 màu. Như vậy trường hợp xấu nhất là ta bốc phải toàn bi của 2 màu mà có nhiều bi nhất (ở bài toán này là màu Vàng và màu Đỏ). Khi đó ta đã bốc: $20 + 26 = 46$ viên mà vẫn không có đủ 3 màu => Ta bốc thêm 1 viên nữa chắc chắn sẽ có đủ 3 màu. Đáp án: 47 viên.

Tiếp tục với ý b: “*Trong hộp có 20 viên bi Vàng, 18 viên bi Xanh, 26 viên bi Đỏ có kích thước giống hệt nhau. Không nhìn vào hộp, cần bốc ra ít nhất bao nhiêu viên để chắc chắn trong số các viên bi lấy ra có ít nhất 8 viên màu Xanh*”.

Ngược lại của việc có ít nhất 8 viên màu Xanh là chỉ bốc được nhiều nhất là 7 viên màu xanh. Như vậy, trường hợp xui xẻo ở đây là ta bốc được toàn bộ bi Vàng, toàn bộ bi đỏ nhưng chỉ bốc được 7 viên Xanh. Khi đó ta đã bốc: $20 + 26 + 7 = 53$ viên mà chưa thỏa mãn. Ta bốc thêm 1 viên sẽ chắc chắn có đủ 8 viên màu Xanh. Đáp số: 54 viên.

Nhận thấy rằng, ở hai ý a và ý b, chỉ có 1 điều kiện ràng buộc. Bây giờ ta xét ý c: *“Trong hộp có 20 viên bi Vàng, 18 viên bi Xanh, 26 viên bi Đỏ có kích thước giống hệt nhau. Không nhìn vào hộp, cần bốc ra ít nhất bao nhiêu viên để chắc chắn trong số các viên bi lấy ra có ít nhất 9 viên Đỏ và 10 viên Vàng”*

Tình hình đã phức tạp hơn khi đề bài yêu cầu *có ít nhất 9 viên Đỏ và 10 viên Vàng*. Trường hợp xui xẻo ngược lại với việc thỏa mãn yêu cầu trên có thể như sau:

- Thừa viên màu Đỏ nhưng **chỉ có** 9 viên màu Vàng
- Thừa viên màu Vàng nhưng **chỉ có** 8 viên màu Đỏ

Như vậy, rõ ràng là ta cần xét 2 trường hợp “xui xẻo” này và xem trường hợp nào xui hơn☺

TH1: Bốc thừa viên màu Đỏ nhưng thiếu đúng 1 viên màu Vàng (chỉ có 9 viên màu Vàng) $\Rightarrow$ Bốc nhiều nhất là: 26 viên Đỏ + 18 viên Xanh + 9 viên Vàng = 53 viên vẫn chưa thỏa mãn đề bài.

TH2: Bốc thừa viên màu Vàng nhưng thiếu đúng 1 viên màu Đỏ (chỉ có 8 viên màu đỏ) $\Rightarrow$ Bốc nhiều nhất là: 20 viên Vàng + 18 viên Xanh + 8 viên Đỏ = 46 viên.

Từ đó thấy rằng TH1 ở trên xui xẻo hơn, ta có thể bốc tối đa 53 viên mà không thỏa mãn đề bài. Vậy ta bốc thêm 1 viên tức 54 viên sẽ thỏa mãn điều kiện có ít nhất 9 viên Đỏ và 10 viên Vàng.

Đáp số: 54 viên

“Trong hộp có 20 viên bi Vàng, 18 viên bi Xanh, 26 viên bi Đỏ có kích thước giống hệt nhau. Không nhìn vào hộp, cần bốc ra ít nhất bao nhiêu viên để chắc chắn trong số các viên bi lấy ra có ít nhất 13 viên Vàng, 10 viên Xanh và 9 viên Đỏ”

Khi đã quen với cách chia trường hợp xui xẻo như cách làm ở ý c rồi thì hoàn toàn chúng ta cũng sẽ tìm ra các TH xui xẻo cho ý d ở trên.

TH1: Bốc 20 Vàng + 18 Xanh + 8 Đỏ = 46 viên

TH2: Bốc 20 Vàng + 9 Xanh + 26 Đỏ = 55 viên

TH3: Bốc 12 Vàng + 18 Xanh + 26 Đỏ = 56 viên

Như vậy TH3 là xui nhất. Bốc nhiều nhất 56 viên mà vẫn chưa thỏa mãn. Ta bốc thêm 1 viên nữa là 57 viên sẽ thỏa mãn điều kiện *có ít nhất 13 viên Vàng, 10 viên Xanh và 9 viên Đỏ.*

Đáp số: 57 viên

Mở rộng: Chúng ta hoàn toàn có thể mở rộng bài toán trên theo các hướng như sau:

1. Cho thêm số màu bi (ví dụ 4 màu, 5 màu...)
2. Cho thêm điều kiện ràng buộc

Phát triển: Nếu đề ý, trong tất cả các câu hỏi ở trên đề bài đều yêu cầu có ít nhất....và qua đó ta cần bốc ít nhất. Vậy nếu đề bài hỏi: Có thể bốc được nhiều nhất bao nhiêu viên để trong các viên lấy ra không có đủ 3 màu?

Lúc này chúng ta lại xét trường hợp “may mắn” nhất.

Lời kết: Học sinh nên dừng lại sau mỗi bài toán, để cảm nhận vẻ đẹp, để lắng đọng được cái hay của bài toán. Suy ngẫm, biến bài toán thành của riêng mình bằng cách tìm hiểu bản chất, phát triển bài toán và tự ra thêm bài toán mới.